Funciones exponenciales

Crecimiento y decrecimiento

ACTIVIDAD 1

Una persona deposita en un banco $1000 en un plazo fijo que paga el 0,4 % de interés mensual.

a. Al terminar el mes, ¿cuánto ganó de intereses? Si retira el monto, es decir, el dinero depositado inicialmente más los intereses ganados, ¿cuánto dinero retira?

b. Si resuelve depositar por un mes más el dinero y los intereses ganados, ¿cuál será el monto obtenido al cabo del segundo mes?

c. Expliquen cómo obtuvieron el monto correspondiente a cada mes.

d. Si a fin de cada mes deposita el total acumulado, ¿cuál será el monto si retira el dinero a los n meses? Intenten encontrar una fórmula en la cual sólo haya que reemplazar n para tener el monto acumulado.

e. Otra persona deposita, en ese mismo banco, $2000. Analicen cómo se modifica la respuesta a cada una de las preguntas anteriores en ese caso.

f. Si la primera persona depositara el dinero en una cuenta que le ofrece un 0,08% anual, ¿cómo se modificaría la respuesta a cada una de las cuatro primeras preguntas?

g. Discutan con algunos de sus compañeros las respuestas a las preguntas anteriores.

h. A la entrada del banco, a la segunda persona le dieron un folleto en el que decía que otra entidad daba el 5% anual a los ahorristas que dejaran el dinero por un año. Esta nueva opción, ¿le conviene más o no? Expliquen por qué.

Para reflexionar

- ¿Hay proporcionalidad entre alguno de estos pares de variables (dejando en cada caso fijas todas las demás no mencionadas: capital inicial y monto; monto e interés mensual; interés obtenido en un mes y porcentaje (o tasa) de interés mensual; monto y tiempo?

ACTIVIDAD 2

Vamos a analizar el problema del crecimiento de una población. En general, interesa estimar cómo varía el número de habitantes de un determinado lugar en función del tiempo. Esta variación en el número de habitantes se puede calcular a partir de los resultados de los censos de población y se conoce como la tasa de crecimiento (o decrecimiento) de la población.

En un pueblo de 1500 habitantes la tasa de crecimiento es del 4 % anual.

a. ¿Cuántos habitantes tendrá el pueblo dentro de un año? ¿Y dentro de dos años? ¿Y dentro de un año y medio? Expliquen en cada caso cómo hicieron para calcularlo.

b. Indiquen la función que les permite calcular el número de personas que habitará dicho pueblo al cabo de x años. Representen gráficamente esta función.

c. Evalúen la función que propusieron en 1, en 1,5 y en 2. ¿Hay coincidencia con los valores que obtuvieron en la parte a? ¿Debería haberla?

ACTIVIDAD 3

Las sustancias radiactivas se desintegran a través del tiempo, transfomándose en otra sustancia. La rapidez con que se desintegran se mide mediante su "período de semidesintegración", que es el tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de su masa inicial.

Tomando como unidad de tiempo dicho período, la función que indica la cantidad de masa de una sustancia en función del tiempo es $M(t) = (0,5)^{t}$.[1]

Por ejemplo, para el plutonio 241, el período de semidesintegración es de 13 años, y para el plutonio 239, de 24.000 años. Una regla empírica establece que estos desechos radiactivos deben ser aislados por un período de 10 a 20 veces su período de desintegración.

a. Hagan un gráfico aproximado de la función M(t).

b. Calculen para cada uno de los ejemplos, cuánto tiempo como mínimo tendrían que permanecer aislados los desechos radiactivos y qué proporción de la masa inicial habrá en ese momento.

ACTIVIDAD 4

Si un monto de dinero se deposita en una cuenta a una tasa de interés simple, y se pacta que los intereses que se obtienen en cada período no se depositan, y se cobran al final de la operación:

a. ¿cuánto dinero se obtiene si se depositan $1000 al 0,4 % mensual simple durante un año?

b. Obtengan la función que les permite calcular el monto en función del tiempo. ¿Es creciente?

c. Comparen su crecimiento con el de la función obtenida en la primera situación.

Para investigar

a. En un pueblo se pudo establecer que el crecimiento anual de la población es del 4,5 %.
- Si actualmente tiene 2500 habitantes, ¿cuántos tendrá dentro de 5 años?
- Si se mantiene esta tasa de crecimiento, ¿en cuánto tiempo el pueblo contará con 4000 habitantes?

b. ¿En cuánto tiempo se duplica un capital al 1,5 % mensual compuesto? ¿Es necesario conocer el capital inicial? ¿Por qué?

[1] La función está "normalizada": la unidad de tiempo es el período de semidesintegración; si se quiere comparar la cantidad de masa de dos sustancias distintas, no es "visible" la diferencia de este modo; para eso se la expresa como $M(t) = M_0 \cdot e^{k.t}$, por ejemplo, donde M_0 es la masa inicial, y k se relaciona con dicho período.